



## Pablo Beltrán-Pellicer

### Breve Reseña



Nacido en 1980, es Profesor Titular en el área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Zaragoza, donde imparte clases en los grados de Magisterio y en el Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Ha sido profesor funcionario de Educación Secundaria en Aragón, ahora en excedencia, compaginando durante varios años la práctica de aula en niveles no universitarios con la investigación en didáctica. Doctor en Didáctica por la Universidad Nacional de Educación a Distancia, cursó el Máster de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Actualmente, es vicepresidente de la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas, presidente de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española y socio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Colabora en diversas actividades, como las olimpiadas matemáticas y el Taller de Talento Matemático y con centros educativos de todas las etapas. Participó en el desarrollo del currículo aragonés de Matemáticas. Sus líneas de investigación, entre otras, incluyen la didáctica de la probabilidad y la estadística, formación de profesorado, aprendizaje a través de la resolución de problemas, uso de recursos didácticos (cine, series y dibujos animados, tecnologías digitales). Divulga sobre educación matemática desde su cuenta de Twitter(X) y BlueSky @pbeltranp, desde el podcast «Ábacos y geoplanos» y desde su web [www.tierradenumeros.com](http://www.tierradenumeros.com), donde mantiene un blog y recoge sus publicaciones.



## Meneando el manzano: algunas reflexiones sobre prácticas tradicionales y cultura de aula en matemáticas

## Sacudindo a macieira: algumas reflexões sobre práticas tradicionais e cultura de sala de aula em matemática

Pablo Beltrán-Pellicer

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Resumen</b></p>  | <p>Se presenta una reflexión sobre el cambio de una docencia “tradicional” hacia una fundamentada en la didáctica de las matemáticas. Se analizan y cuestionan prácticas escolares muy extendidas, como la transcripción de enunciados, la rejilla “Datos, Operación, Solución”, la regla de tres y la memorización de tablas. Se sostiene que estas rutinas fomentan una ilusión de aprendizaje, al evitar el razonamiento. Se argumenta a favor de una cultura de aula orientada al aprendizaje a través de la resolución de problemas, priorizando la exploración y la construcción de significados. Así, las explicaciones se desplazan al final, en la forma de puestas en común que institucionalizan el saber construido.</p> <p><b>Palabras clave:</b> cultura de aula, resolución de problemas, prácticas docentes.</p> |
| <p><b>Abstract</b></p> | <p>This article presents a reflection on the shift from “traditional” teaching toward one grounded in the didactics of mathematics. Widespread school practices are analyzed and questioned, such as transcribing problem statements, the “Data, Operation, Solution” grid, the rule of three, and the memorization of multiplication tables. It is argued that these routines foster an illusion of learning by bypassing reasoning. The text advocates for a classroom culture oriented toward learning through problem-solving, prioritizing exploration and the construction of meaning. Consequently, explanations are shifted to the end, taking the form of class discussions that institutionalize the constructed knowledge</p> <p><b>Keywords:</b> classroom culture, problem-solving, teaching practices</p>          |

**Resumo**

Apresenta-se uma reflexão sobre a transição de uma docência “tradicional” para uma fundamentada na didática da matemática. Analisam-se e questionam-se práticas escolares amplamente difundidas, tais como a transcrição de enunciados, a grelha “Dados, Operação, Solução”, a regra de três e a memorização de tabuadas. Sustenta-se que estas rotinas fomentam uma ilusão de aprendizagem ao evitar o raciocínio profundo. Argumenta-se a favor de uma cultura de sala de aula orientada para a aprendizagem através da resolução de problemas, priorizando a exploração e a construção de significados por parte do alunado. Assim, as explicações deslocam-se para o final do processo, sob a forma de discussões coletivas que institucionalizam o saber construído.

**Palavras-chave:** cultura de sala de aula, resolução de problemas, práticas docentes

## 1. Introducción

Recuerdo con cariño mi primer destino como profesor de Matemáticas. Fue una sustitución de apenas un mes en una sección de secundaria en el medio rural aragonés, Cantavieja, con compañeros y compañeras estupendos. Había decidido dar un giro a mi vida y dedicarme a la docencia, tras unos años de experiencia en el mundo de la empresa privada y con la limitada formación del CAP (aquel Certificado de Aptitud Pedagógica previo al actual Máster que hay que cursar ahora en España) totalmente olvidada. Me estrené con una clase de primer curso de ESO (12-13 años), a las dos horas de llegar al centro, después de haber realizado el papeleo correspondiente en Teruel, la capital de provincia.

- ¿Qué estabais viendo?
- Operaciones, divisiones...
- Venga, vamos a hacer una división.

Claro, en aquel momento, el “vamos” era más bien un “voy”. Yo, como profesor, enseñando, explicando, exponiendo matemáticas en la pizarra. Para colmo, una división en caja con unos números que ya cansaban de solo mirarlos. No me acuerdo de si había decimales o no, pero sí de que a los dos segundos ya no me parecía tan buena idea hacer la división. ¡Habían pasado eones desde la última división de esas con lápiz y papel! Desde antes de la prueba de acceso a la universidad. Y, como me veía inseguro y, obviamente, no quería cometer errores delante del alumnado, me puse a hacer la división con el algoritmo que, unos años después, supe que recibe el nombre de algoritmo extendido de la división en caja. En efecto, el algoritmo en caja con las restas indicadas.

Y ahí estaba yo, haciendo las restas sucesivas de esa manera, cuando noto que algunos alumnos están hablando y señalando la pizarra:

- ¿Qué haces, profe?
- La división, ¿no?
- ...

Que no se hace así, me dijeron. ¿Cómo que no? Que qué era eso de restar. Y, como no tenía ganas de desprenderme de las restas, y tampoco era consciente de lo que estaba ocurriendo realmente, terminé la división como pude y les propuse hacerla con su método, a ver si salía lo mismo. Cosa que, milagrosamente, ocurrió.

En aquellas primeras sustituciones, también trataba de encajar, sobre todo cuando eran de corta duración. Así, seguíamos donde se habían quedado en el libro de texto con el profesor anterior. Exámenes del estilo a los que estaban acostumbrados, etc. Y, si con la profesora a la que sustituía copiaban los enunciados, bueno, ahí sí que tendía a hacer un poco la vista gorda. Eso siempre lo he llevado fatal y, punto a mi favor, es la práctica más comúnmente extendida y más improductiva desde todos los puntos de vista que podemos encontrar. Con evidencias científicas de todos los tipos y para todos los gustos.

En cualquier caso, puede decirse que comencé a dar clase, como tantos y tantas, con ganas de hacerlo *bien*. Eso pasaba por parecerme a los mejores profesores de matemáticas que había tenido en mi recorrido vital. Variando algún pequeño detalle, como lo de los enunciados, claro. Lo que no sabía es que todo esto

venía a asumir los modelos de enseñanza y aprendizaje que experimenté como estudiante, otorgándoles el crédito de mi propio éxito (Wright, 2017). ¡Cómo no va a funcionar con mi alumnado si me funcionó a mí, que ahora soy profesor de matemáticas!

Obviamente, en esto que acabo de decir había bastante del sesgo de superviviente y que, con paciencia, buenas explicaciones, amabilidad, etc., podría hacer frente a cualquier eventualidad como docente. Me voy a saltar una descripción detallada del camino que llevo realizado hasta ahora, pero pasa por empezar a formarme en el ámbito educativo, *descubrir* la didáctica de las matemáticas como campo de conocimiento, entrar en la órbita de las sociedades de profesorado de matemáticas, jornadas, contacto con otros investigadores, interacciones en redes sociales, hacer equipo docente con compañeras con las mismas inquietudes, etc.

Sí, la cursiva de *descubrir* en el párrafo anterior no es fortuita. Estoy completamente seguro de que algún lector pensará que me caí de un guindo. No me importa reconocerlo en absoluto. No era consciente, en absoluto, de la didáctica de las matemáticas como disciplina. Me fui dando cuenta de ello y de sus implicaciones a los tres o cuatro años de estar dando clase y con la tesis en marcha. Y, por si no ha quedado claro en las líneas anteriores, sí, cuando empecé, pensaba que con las matemáticas que conocía y con mi manera de *explicar*, que podría perfeccionar, conseguiría llegar a todo el alumnado.

Vaya, he vuelto a emplear la cursiva con otro verbo. Esta vez, con *explicar*. En efecto, la caída de ese guindo todavía fue más traumática: asumir que la tarea de un (buen) docente de matemáticas no es explicar (bien), sino crear una cultura de aula donde se aprenda a través de la resolución de problemas, seleccionar y diseñar problemas e investigaciones matemáticas, interpretar las producciones del alumnado, plantear preguntas que eviten explicaciones antes de tiempo y que, cuando estas explicaciones lleguen, tiendan a tener la forma de puestas en común, convenientemente organizadas (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021).

Después de haberme caído de unos cuantos guindos, comencé una etapa bastante activa en redes sociales, principalmente en Twitter que, como he dicho antes, me permitió crecer como docente y conocer a otros profesores y profesoras. Twitter (X, a fecha de 2026), es una red que era, y sigue siéndolo, muy dada a reacciones acaloradas. De esta forma, un aparentemente inofensivo mensaje se convertía -convierte- enseguida en un jardín en el que podía pasar cualquier cosa. O, siguiendo con el juego botánico, conseguían menear el manzano sobre diversas cuestiones del panorama de la educación matemática. En este artículo reflexiono sobre algunos de estos manzanos.

## 2. Copiar los enunciados y sacar a la pizarra

Echando la vista atrás, apenas me reconocería en mi yo de mis inicios como docente. Sin embargo, me puedo enorgullecer de haber identificado enseguida dos prácticas muy arraigadas que apenas son productivas, desde un punto de vista meramente cognitivo, y que además son cuestionables desde una perspectiva ética y socioafectiva. ¿Quién no ha tenido como profesor a alguien que le obligaba a copiar los enunciados, o ciertos pasajes del libro de texto, tal cual? Me sorprendería que nadie levantara la mano. Quizás, algún lector piense que obligar es un verbo muy

duro y que, a lo mejor, obligar no, pero bajar la calificación, sí. En este contexto es exactamente lo mismo, porque ya que la violencia física ejercida por los docentes es cosa del pasado, las calificaciones siguen siendo una manera de moldear conductas.

Cada vez que ha salido este tema en redes, aparecen argumentos a favor de defensores de esta práctica. Entre estos argumentos nos encontramos variantes del “es que así por lo menos se enteran de algo” o “es que así tienen organizado el cuaderno”. Con respecto a lo primero, basta acudir a la experiencia personal de cada uno para reconocer que se puede transcribir una pizarra completamente sin haber comprendido absolutamente nada. No obstante, por si esto no fuera suficiente, podemos acudir a estudios que, desde una perspectiva psicológica, apoyan esto mismo. Es decir, que, si no hay procesos de reformulación, síntesis, etc. sobre lo que se escribe, el valor cognitivo es escaso (Igo, et al., 2005; Kiewra, 1989). También hay estudios que señalan que ciertas prácticas favorecen una ilusión de competencia, antes que un verdadero desarrollo real de ella (Koriat y Bjork, 2005). Es decir, hay alumnos que, cuando se ponen a estudiar, simplemente leen el texto o copian párrafos de este. Con ello, tienen la sensación de estar aprendiendo, cuando sería mucho mejor realizar tareas cognitivamente más productivas sobre lo que se está estudiando. Sin embargo, considero peor el hecho de que un profesional de la enseñanza promueva la mera transcripción, con la *ilusión* de que su alumnado está aprendiendo.

En cuanto a que copiando los enunciados y pizarras se consigue que el alumnado tenga un cuaderno organizado, resulta muy sugerente el marco de autores como Arce (2018) o Fried y Amit (2003), donde es importante distinguir entre espacio público y espacio privado en el cuaderno (Arce, 2018, p. 371):

Actividad de dominio público: actividad en la que un estudiante es responsable de la misma ante el profesor y el resto de compañeros, y existen tanto obligaciones y ataduras derivadas del seguimiento de prácticas comunes como una necesidad de comunicar formalmente lo realizado en la actividad.

Actividad de dominio privado: actividad en la que no existe esa responsabilidad ante profesores y compañeros, ni hay restricciones ligadas a prácticas comunes, siendo libre el estudiante para explorar, dar marcha atrás, reflexionar, etc.

Los docentes deberíamos preguntarnos si el cuaderno de matemáticas es un instrumento de aprendizaje. Si la respuesta es que sí -y yo diría que sí-, lo siguiente es reflexionar acerca de qué tipo de actividad ha de recoger el cuaderno: pública o privada. Un cuaderno lleno de actividades de carácter *público*, donde se recoge lo que debe recogerse porque así lo ha decidido el docente, no deja espacio para la exploración, la indagación, la reflexión, la conjetura, etc. Coincido con los autores mencionados (Arce, 2018; Fried & Amit, 2003) en que el papel del cuaderno debe ir orientado a la autoevaluación, y estar enmarcado en procesos de evaluación continua y formativa. Precisamente este uso es el que sugiere Liljedahl (2020) en su metodología *thinking classrooms*, coherente con una enseñanza a través de la resolución de problemas (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021).

La otra práctica que señalaba al principio de esta sección, que consiste en sacar a un alumno a la pizarra para que haga un ejercicio, se relaciona íntimamente

con las actividades públicas y privadas que acabo de señalar. ¿Qué propósito tiene esta práctica? ¿Evaluar a un alumno en particular? ¿Qué hace el resto mientras tanto? ¿Copiar lo de la pizarra para tener todo lo mismo en el cuaderno? Por otro lado, debemos tener en mente lo agresivo que resulta salir a la pizarra. Todos sabemos que si se te dan bien las matemáticas eres *listo* y que, en caso contrario, eres *tonto*. ¿Quién quiere pasar por tonto ante sus compañeros?

Conste que estaba siendo sarcástico. Por supuesto que las matemáticas no son cosa exclusiva de los *listos*. Por lo menos, no más que cualquier otra materia. Sin embargo, socialmente se vienen empleando desde hace bastante tiempo para segregar y diferenciar. Son la llave para estudios universitarios demandados por su reconocimiento social, y tienen un valor importante en las pruebas de acceso y admisión.

## 2. Datos, operación, solución

Otro de esos manzanos que meneé en Twitter es el de la famosa rejilla para la “resolución de problemas” que viene a dividir el folio en tres apartados —Datos, Operaciones, Solución— y que el alumnado debe rellenar como si de un formulario se tratara. Lancé un hilo sobre esto allá por 2020 y, la verdad, no esperaba que tocara tanta fibra sensible. Hubo de todo: docentes que no sabían de qué estaba hablando (bien por ellos), defensores convencidos, detractores, y, como siempre con estas cosas, reflexiones muy valiosas sobre qué entendemos por hacer matemáticas.

Para los que no la conozcan, el funcionamiento es el siguiente: el alumno lee el enunciado, extrae los números y los anota en el campo de *Datos*, decide qué operación va a realizar y la ejecuta en *Operaciones*, y, finalmente, transcribe el resultado en *Solución*. Obsérvese que en el párrafo anterior he utilizado comillas para hablar de resolución de problemas. Porque, cuando se utiliza esta rejilla, que vamos a abreviar como DOS, no se está pensando en ningún problema, sino en ejercicios. Ejercicios en los que la información, los datos, siempre son numéricos. Ejercicios en los que la operación u operaciones a realizar son precisamente las que se están trabajando en esos mismos días en clase. Ejercicios que siempre tienen solución, y que, de nuevo, es siempre numérica.

El asunto me parece revelador porque su popularidad tiene que ver con una determinada visión de lo que son las matemáticas y de cómo se aprenden. Skemp (1976) distinguió hace décadas entre la *comprensión relacional* —saber qué hacer y por qué— y la *comprensión instrumental* —saber qué hacer sin necesariamente saber por qué—, y la rejilla es, en su diseño, un artefacto puramente instrumental. Invita al alumno a buscar números, elegir una operación y operar. El razonamiento, la comprensión del enunciado, la representación del problema: todo eso queda fuera, literalmente.

A partir de los trabajos de McLeod en los años ochenta sobre el dominio afectivo en educación matemática (McLeod, 1992) ha surgido toda una agenda de investigación en torno a emociones, actitudes y creencias en matemáticas. Por ejemplo, sabemos que las creencias del alumnado sobre qué son las matemáticas y qué significa resolverlas condicionan profundamente su manera de enfrentarse a ellas. Cuando durante años se les entrena para que la respuesta a un problema sea siempre un número obtenido tras una operación, se instala en ellos la convicción de

que eso, y solo eso, es hacer matemáticas. Claro, a veces llega un momento en que se les pide que verbalicen su razonamiento, que hagan un dibujo o que trabajen con un enunciado sin datos numéricos explícitos, y eso constituye un cambio en las reglas del juego, dando lugar a bloqueos.

Porque, ¿qué ocurre cuando el problema no tiene datos numéricos? ¿O cuando la solución no es un número? ¿O cuando hay varias soluciones posibles, o ninguna? La rejilla del DOS no tiene respuesta para eso. Simplemente, no favorece que el alumnado viva experiencias matemáticas auténticas.

Tampoco me parece un buen recurso para el alumnado con dificultades, aunque sea esa, en muchas ocasiones, la justificación que se esgrime para su uso. El andamiaje que necesitan estos estudiantes no pasa por simplificar aún más la tarea hasta vaciarla de contenido matemático, sino por ofrecer otros apoyos: manipulables, representaciones gráficas, reducción de la carga simbólica, trabajo en parejas o pequeños grupos. Apoyos de los que, además, se beneficia todo el grupo. Mason, Burton y Stacey (2010), en su ya clásico trabajo sobre la resolución de problemas, proponen que el trabajo de comprensión del enunciado pase por preguntas como ¿qué sé?, ¿qué puedo usar? o ¿qué tengo que averiguar?, que el alumno trate de traducirlo con sus propias palabras o de describirlo a un compañero. Esa es la dirección. Muy distinta, en cualquier caso, a la que sugiere el DOS (buscar números y elegir operaciones).

Puede que el origen de la rejilla sea una simplificación bienintencionada del modelo de Polya (1945) para la resolución de problemas. Tienen en común, eso sí, que ambos proponen fases. Pero ahí acaba el parecido. Las fases de Polya — comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo, examinar la solución— son guías para el pensamiento matemático, no una plantilla que vacía el proceso de contenido.

Coincido con Vila y Callejo (2004) en lo que señalan en su trabajo sobre la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas: lo que queremos no es que el alumnado resuelva ejercicios disfrazados de problemas, sino que se enfrente a situaciones donde el camino no esté dado de antemano. Y eso requiere una cultura de aula muy diferente a la que propicia la rejilla.

### 3. La regla de tres y las tablas de multiplicar

Terminaré hablando sobre cultura de aula, pero antes de ello me gustaría señalar dos temas que levantan pasiones en redes sociales: la regla de tres y las tablas de multiplicar. El revuelo que se organizó cuando se publicaron los borradores de los nuevos marcos curriculares de la LOMLOE, en España, allá por 2021, y que no mencionaba ni lo uno ni lo otro, fue algo difícil de superar.

Por añadir algo de contexto, la primera gran polémica en redes vino de la mano de la perspectiva de género, ya que los nuevos currículos incluían competencias y saberes de carácter socioafectivo, hecho que sugería que la cuestión de fondo era política. La cuestión de género se ridiculizó a niveles extraordinarios cuando basta con acudir al último informe TIMSS de 2023 para evidenciar un problema grave: en 4º de Educación Primaria (9-10 años) hay una brecha de rendimiento en matemáticas a favor de los niños. Hay que decir que esto no ocurre solo en España, sino en prácticamente todos los países participantes en el estudio, salvo en cuatro o cinco

con contextos muy particulares (como educación segregada por género). Y también hay que insistir en que es un problema grave porque no tiene un origen biológico, sino que se debe a que la escuela se hace eco de ciertos condicionantes que tienen un origen social. Lo que se hace en el aula no consigue trascender dichos condicionantes, sino que los potencia. En definitiva, se agitó este tema en redes haciendo mofa de que ahora se tendrían que estudiar *les funciones* o *les números* y que todo esto se traduciría en unas matemáticas más cuquis y fáciles. Hubo divulgadoras, como Anabel Forte (@AnaBayes), que recibieron toda una colección de insultos por reivindicar la importancia de todo esto.

Todo esto invita a pensar que el asunto de la reforma curricular estaba muy politizado. Precisamente ahí es donde la regla de tres resulta ser un caso paradigmático. A la gran mayoría de nosotros nos la enseñaron de pequeños y muchos la recuerdan como lo más útil de las matemáticas del colegio. Eso es debido a que puede emplearse en situaciones muy cotidianas, como recetas de cocina o descuentos. Sin embargo, es un mecanismo que oculta el razonamiento sobre la relación de proporcionalidad que hay detrás y que, por eso mismo, fomenta lo que se conoce como ilusión de linealidad. Esto es un fenómeno sobre el que hay muchísimas evidencias en la literatura especializada y que no se soluciona mostrando simplemente cuándo se puede usar la regla y cuándo no. La regla evita pensar y, por tanto, no facilita el desarrollo de las ideas que hay detrás.

Un aspecto fundamental de la aritmética escolar es el control semántico de lo que se hace en cada momento. Es decir, volviendo al contexto de un problema hemos de ser capaces de decir lo que significa cada número. ¿Qué significa esa primera multiplicación que se hace en la regla de tres? Es imposible dotarle de significado porque la justificación de la regla de tres está en las reglas del álgebra, alejada de ese currículo de Educación Primaria. Que apareciese en el actual era una aberración didáctica.

Por otro lado, las alternativas son igual de eficientes computacionalmente y pasan por el cálculo de las razones implicadas (Beltrán-Pellicer, et al., 2022; Martínez-Juste, et al., 2022). El «tanto por uno» o, mejor todavía, la razón unitaria. Si averiguo cuántos euros cuesta cada producto, ¿cómo no voy a saber cuánto cuestan cinco productos? Podríamos seguir, pero es que la proporcionalidad es mucho, mucho más que los problemas de valor faltante (los mal llamados de «regla de tres»). Solamente añadiré que, ya en Educación Secundaria, son esta razón unitaria y las condiciones de regularidad que permiten su cálculo, lo que permite conectar con funciones lineales y afines, a partir del estudio de pendientes de rectas. La regla de tres es, en el mejor de los casos, una receta que se agota en la resolución de problemas concretos. Y, por cierto, si a alguien se le ocurre calcular el agua que necesita una paella con una regla de tres, muy probablemente no le saldrá bien.

Lo que ocurrió a continuación es que los desarrollos autonómicos en algunas comunidades de signo político contrario al gobierno central, del que emanaba el marco curricular, decidieron incluir explícitamente la regla de tres y otros contenidos matemáticos que anidan en el corazoncito de muchos votantes. *Porque, claro, eso sí que son matemáticas*. Con las tablas de multiplicar ocurre algo parecido. Aparecen de forma recurrente en Twitter para criticar otras maneras de entender lo que debe ser una clase de matemáticas. ¿Quién no se recuerda a sí mismo canturreando las tablas de multiplicar hasta que quedaban grabadas en el cerebro?

Saberse algún hecho numérico (las tablas son un compendio de hechos) viene bien para realizar cálculos y estimaciones en el día a día, así como para explorar relaciones entre números y cantidades. Reconocer esto es muy diferente a asumir que han de aprenderse de manera repetitiva y exhaustiva antes de ponerse a abordar situaciones multiplicativas.

Más veces de las que quizá nos gustaría reconocer, llega un día en que el docente presenta la tabla del dos. Se canta -a veces, con canción incluida, para hacer esto más *ameno*- y al día siguiente, se pregunta. Unos días más tarde se presenta la del tres, se canta y se pregunta. Como tareas para casa, cantarlas. Cada semana, una tabla, por ejemplo. Siguiendo un orden de menor a mayor, cuando la del cinco, sin ir más lejos, es más fácil de recordar que la del tres.

La memorización sin más de estas tablas exige un gran esfuerzo. Sobre todo, porque se presentan sin significado. Por eso hay ciertos alumnos que no pasan el corte. En cuanto a los que sí que pasan este corte y se aprenden todas las tablas, ¿qué han ganado en el proceso? ¿Han aprendido técnicas y estrategias de cálculo flexibles que les permitan cubrir posibles olvidos? ¿Han progresado en sentido numérico? ¿Las técnicas aprendidas les permiten manejarse mejor en la división entera? Es más, el alumnado que conoce los hechos, ¿necesita canturrear esa parte de la tabla que se han olvidado? Porque, de ser así, ¿ha aprendido matemáticas? En cualquier caso, los que no pasan el corte de aprenderse las tablas se encuentran en una situación todavía peor, puesto que ya van a ser etiquetados (por los demás y por ellos mismos) como “malos en matemáticas”.

Entonces, ¿qué hacemos? La premisa básica va a ser priorizar el aprendizaje de estrategias, a la par que, obviamente, abordar situaciones multiplicativas concretas, con contexto, con manipulativos, para dar sentido a todo esto. Ante todo, hay que tener claro que cuando un alumno no sabe que  $8 \times 6 = 48$  de memoria, pero que sí que recuerda que  $8 \times 5 = 40$  y que entonces  $8 \times 6 = 40 + 8 = 48$ , es indicativo de que sabes más sobre la *multiplicación* que si solo supiera recuperar canturreando el  $8 \times 6$ . De hecho, son estas estrategias las que conectarán con el quehacer algebraico más adelante. No el saberse unas canciones de memoria.

No apporto nada nuevo al mundo de la educación matemática (véase, por ejemplo, Cid, et al., 2003) si señalo que el aprendizaje de situaciones multiplicativas, al igual que las aditivas, requiere de una doble vía en paralelo: situaciones concretas -contextualizadas- y formales, ambas con uso abundante de material manipulativo para modelizar y representar. En lo que se refiere a las tablas en sí mismas, son un recurso estupendo para la exploración de propiedades y relaciones. Por ejemplo, construir las tablas en una rejilla donde luego se reflexiona en común (la columna del dos siempre acaba en dos, la del cuatro es el doble que la del dos, etc.). A todo esto, le sigue práctica rica y espaciada. Será el uso de estos hechos en situaciones con significado, que revelen la conveniencia de conocer unos cuantos, lo que favorezca la memorización.

#### 4. Conclusiones

He empezado este artículo tratando dos cuestiones que, en el fondo, son muy transversales a otras materias: la transcripción de textos y el “salir a la pizarra” como prácticas de aula bastante asumidas y habituales. Ambas prácticas son ejemplos de actividades que generan ilusión de aprendizaje, por un lado, y de enseñanza, por otro. Aunque en esa primera sección ya he abordado algo específico de la enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas, como el uso del cuaderno como instrumento de exploración y reflexión, la segunda sección ha ido dirigida al corazón mismo de las matemáticas: los problemas. En particular, de cómo existen instrumentos para atentar contra él, con la forma inocente de una tabla o rejilla (el DOS) que busca ayudar al alumnado y termina privándole de una experiencia matemática de primer orden. Finalmente, en la tercera sección he tomado como ejemplo de manzanos que hay que menear de vez en cuando los casos paradigmáticos de la regla de tres y las tablas de multiplicar. Por supuesto, contenidos propios del sentido numérico, que es lo que remueve las entrañas en redes sociales. Pido disculpas desde aquí por no haber profundizado en cuestiones de geometría, medida o probabilidad y estadística. Será que no remueven tanto. ¿Será que son matemáticas de segunda? ¿Es la aritmética la reina en primaria y el álgebra la de secundaria?

El factor común a todas las secciones ya ha sido mencionado: la cultura de aula. Se tiende a enseñar matemáticas dando las matemáticas ya construidas. Las matemáticas suelen presentarse como unos monumentos que hay que visitar y ante los que el alumnado debe maravillarse (Chevallard, 2017). Otras veces, ni eso, las matemáticas simplemente aparecen como una serie de recetas básicas sobre las que ni se espera esa adoración: hay que hacerlo, y punto.

Las matemáticas no son expositivas. Son un campo perfecto para la exploración, para el razonamiento, la argumentación, la comunicación, representación, para establecer conexiones. Y sí, para resolver problemas desde el principio, construyendo matemáticas a través de ellos. Observemos que esto implica dar la vuelta a la clase de matemáticas. Se trata de pasar de esta secuencia:

1. El docente explica cómo se hace algo: el mínimo común múltiplo, las fórmulas de las áreas, la varianza, etc.
2. Se ejercita ese algo. Calcula el mínimo común múltiplo de estos números, las áreas de estas figuras, la varianza de estos números (no son ni datos, en este momento).
3. Se siguen haciendo ejercicios, pero con un contexto que actúa como decorado. Se trata de identificar los números y ejecutar lo mismo que lo del paso anterior.
4. Finalmente, pueden aparecer problemas interesantes de aplicación.

A una cultura de aula en la que lo primero que aparece es un problema para el que no se ha explicado previamente el procedimiento de resolución. Obviamente, este problema debe estar seleccionado convenientemente y el docente haber anticipado respuestas del alumnado y promover un ambiente de aula que favorezca la interacción. El docente, entonces, emplea las producciones del alumnado para organizar una puesta en común que hace las veces de *explicación*, pero que viene al final, partiendo de los significados puestos sobre la mesa por el alumnado. Finalmente, el alumnado resuelve más problemas para afianzar los nuevos contenidos. En Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste (2021) ilustramos la enseñanza a través de la resolución de problemas con algunos ejemplos y aportamos más referencias.

## Referencias bibliográficas

- Arce, M. (2018). El cuaderno de matemáticas: Un instrumento relevante en las aulas que suele pasar desapercibido. *La Gaceta de la RSME*, 21(2), 367-387.
- Beltrán-Pellicer, P. y Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma*, 98, 11-21.
- Beltrán-Pellicer, P., Martínez-Juste, S. y Oller-Marcén, A. M. (2022). Aventuras y desventuras con la proporcionalidad. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 49-55.
- Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 20(1), 159-169.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. <https://hdl.handle.net/10481/95696>
- Fried, M. N. y Amit, M. (2003). Some reflections on mathematics classroom notebooks and their relationship to the public and private nature of student practices. *Educational Studies in Mathematics*, 53(2), 91-112. <https://doi.org/10.1023/A:1025572900956>
- Igo, L. B., Bruning, R. y McCrudden, M. T. (2005). Exploring differences in students' copy-and-paste decision making and processing: A mixed-methods study. *Journal of Educational Psychology*, 97, 103-116. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.97.1.103>
- Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12*. Corwin.
- Kiewra, K. A. (1989). A review of note-taking: The encoding-storage paradigm and beyond. *Educational Psychology Review*, 1, 147-172. <https://doi.org/10.1007/BF01326640>
- Koriat, A. y Bjork, R. A. (2005). Illusions of competence in monitoring one's knowledge during study. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 31(2), 187. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.31.2.187>
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2ª ed.). Pearson.
- McLeod, D. B. (1992). *Research on affect in mathematics education: A reconceptualization*. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). Macmillan.
- Martínez-Juste, S., Oller-Marcén, A.M., Muñoz-Escolano, J.M. y Beltrán-Pellicer, P. (2022). Sobre la regla de tres y la proporcionalidad aritmética. *La Gaceta de la RSME*, 25(2), 353-371.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton University Press.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Vila, A. y Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea.
- Wright, P. (2017). Critical relationships between teachers and learners of school mathematics. *Pedagogy, Culture & Society*, 25(4), 515-530. <https://doi.org/10.1080/14681366.2017.1285345>.

Beltrán-Pellicer, Pablo:

**Profesor Titular en el área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Zaragoza, donde imparte clases en los grados de Magisterio y en el Máster Universitario en Profesorado. Ha sido profesor funcionario de Educación Secundaria en Aragón, ahora en excedencia, compaginando durante varios años la práctica de aula en niveles no universitarios con la investigación en didáctica.**