

Uso de un problema de la Olimpiada Thales para trabajar la probabilidad

Óscar Jesús Falcón Ganfornina

Fecha de recepción: 16-05-26
Fecha de aceptación: 23-06-26

Resumen	Este artículo analiza el uso pedagógico de un problema de la LX Edición de la Olimpiada Matemática Thales para la enseñanza de la probabilidad en 2º de ESO. El problema se basa en un tablero de trayectorias aleatorias donde las puntuaciones se calculan mediante productos de potencias, integrando aritmética, combinatoria y probabilidad clásica. Finalmente, se presenta una propuesta didáctica mediante un applet de GeoGebra que permite transformar el problema en una experiencia interactiva y experimental, facilitando la visualización del espacio muestral y el análisis de los datos. Palabras clave: Olimpiada Thales, Probabilidad, GeoGebra, Resolución de problemas.
Abstract	This article examines the pedagogical use of a problem from the LX Edition of the Thales Mathematical Olympiad for teaching probability to 8th-grade students. The problem features a random trajectory board where scores are calculated through power products, integrating arithmetic, combinatorics, and classical probability. Finally, a didactic proposal is presented using a GeoGebra applet that transforms the problem into an interactive and experimental experience, facilitating the visualization of the sample space and the analysis of massive data Keywords: Thales Olympiad, Probability, GeoGebra, Problem solving.
Resumo	Este artigo analisa o potencial pedagógico de um problema da LX Edição da Olimpíada Matemática Thales para o ensino da probabilidade no 2º ano do ESO. O problema utiliza um tabuleiro de trajetórias aleatórias onde as pontuações são calculadas através de produtos de potências, integrando aritmética, combinatória e probabilidade clássica. Finalmente, apresenta-se uma proposta didática através de um applet GeoGebra que permite transformar o problema numa experiência interativa e experimental, facilitando a visualização do espaço amostral e a análise de dados massivos. Palavras-chave: Olimpíada Thales, Probabilidade, GeoGebra, Resolução de problemas.

1. Introducción

El presente artículo analiza la aplicación de un problema de la Olimpiada Matemáticas Thales para el trabajo de la probabilidad en el aula. Este certamen, organizado por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (SAEM Thales), tiene como propósito fundamental no solo la identificación de habilidades excepcionales en la materia, sino también el fomento de una actitud positiva y creativa hacia nuestra disciplina en el alumnado de 2º de ESO (Educación Secundaria Obligatoria).

La importancia de intentar utilizar el material que se genera en cada edición de la Olimpiada Matemática Thales reside en que, tal como aseguran Castro, Camacho y Blanco (2008), el uso de problemas de texto en el currículo se ha convertido en una herramienta necesaria como eje vertebrador del aprendizaje matemático.

El problema que se va a analizar en este artículo, centrado en un tablero de trayectorias aleatorias con puntuaciones multiplicativas, representa un desafío que podría integrarse dentro del nivel medio-alto, siguiendo la clasificación de Iglesias (2020a), ya que integra conceptos de aritmética, combinatoria y probabilidad clásica.

El artículo comenzará analizando la importancia del trabajo realizado por la SAEM Thales desde su fundación para cualquier docente de Matemáticas. A continuación, se realizará el estudio del problema presentado en la fase provincial de la LX Edición (2025) que, tal como se ha indicado en un párrafo anterior, permite profundizar en contenidos relacionados con la probabilidad. Por último, para finalizar el artículo, se mostrará cómo llevar al aula dicho problema gracias a un applet diseñado con GeoGebra.

Con esta propuesta didáctica será posible contribuir a los criterios de evaluación de la ley educativa vigente en España, LOMLOE (Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación), que, a continuación, se listan:

- 1.1. Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2. Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 3.1. Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 3.2. Plantear variantes de un problema dado modificando alguno de sus datos o alguna condición del problema.
- 3.3. Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas o problemas.
- 4.1. Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional.
- 8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

- 9.1. Gestionar las emociones propias, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta, generando expectativas positivas ante nuevos retos matemáticos.

2. Contextualización de la Olimpiada Matemática Thales y su marco pedagógico

La consolidación de la didáctica de las matemáticas en Andalucía, comunidad autónoma ubicada al sur de España, no podría entenderse sin el papel desempeñado por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (SAEM Thales). Desde su fundación en mayo de 1981, en la Facultad de Matemáticas de Sevilla, esta sociedad actuó como el motor principal de un movimiento de renovación pedagógica que buscaba transformar una enseñanza tradicionalmente algorítmica en una experiencia de aprendizaje significativa, lúdica y conectada con la realidad social del alumnado. Debe observarse que su creación se sitúa en un periodo crítico de la historia educativa española: la transición hacia la democracia y la necesidad de modernizar unos currículos que se consideraban obsoletos y excesivamente técnicos.

Una de las acciones más visible y de mayor impacto de la SAEM Thales es la Olimpiada Matemática, cuya primera edición se dio durante el curso 84/85, y que marcó el inicio de una tradición que ha alcanzado ya las cuatro décadas de trayectoria ininterrumpida. Esta Olimpiada ha evolucionado a lo largo de sus cuarenta ediciones para convertirse en todo un referente. Su estructura, dividida en fases provinciales y regionales, permite una participación masiva que trasciende el aula convencional. Los objetivos pedagógicos de estas pruebas se alinean con las directrices curriculares de la ya citada LOMLOE, enfatizando el razonamiento lógico-matemático y la elaboración de estrategias personales para la resolución de problemas. El diseño de las pruebas en este certamen busca que el alumnado se cuestione, experimente, haga conjeturas y sugiera explicaciones razonadas.

Gracias a prácticas como esta, la proyección de la SAEM Thales trascendió rápidamente las fronteras regionales. Un indicador de su prestigio internacional fue la organización del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-8) en 1996, que reunió en Sevilla a cerca de 4.000 profesores de más de cien países bajo los auspicios de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI). Este evento no solo posicionó a Andalucía en el mapa global de la didáctica, sino que también reafirmó la importancia de las olimpiadas como instrumentos de democratización del conocimiento matemático.

2.1. Historia y evolución de las olimpiadas matemáticas

Las olimpiadas matemáticas tienen su origen formal a finales del siglo XIX en Hungría, extendiéndose rápidamente por Europa Central y, posteriormente, al resto del mundo. En España, la primera Olimpiada Matemática Nacional se celebró en 1964, bajo el patrocinio de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), dirigida entonces a los alumnos de COU y de 2º de Bachillerato ahora, y consolidando una tradición que buscaba despertar el interés por la investigación matemática desde etapas tempranas.

El propósito central de la Olimpiada Matemática Thales no es la búsqueda de la excelencia en jóvenes matemáticos de forma aislada, sino la transformación de la relación afectiva del alumnado con las matemáticas. Debido a que, históricamente, la materia ha sido percibida como una disciplina complicada, incluso inaccesible, la SAEM Thales siempre ha combatido activamente este pensamiento desde su creación. El certamen propone un cambio de paradigma: las matemáticas no constituyen algo aislado del mundo real, sino que pueden ser divertidas y estar imbricadas en situaciones cotidianas (Iglesias, 2020b).

Los objetivos transversales que guían el diseño de cada prueba se engloban en los siguientes apartados:

- **Superación del bloqueo emocional**, para que el alumnado pierda el temor a la asignatura mediante retos que premien la intuición y el ingenio por encima del rigor formal.
- **Fomento de estrategias heurísticas**, con las que los participantes deben cuestionar, estimar, explorar, hacer conjeturas y proponer explicaciones razonadas.
- **Desarrollo del pensamiento lógico-matemático**, potenciando la capacidad de elaborar planes de resolución originales, fundamentados en el razonamiento y no en la mera aplicación de fórmulas memorizadas

Así, el material generado por las olimpiadas se revierte al profesorado como recurso didáctico, permitiendo promover la investigación e innovación en nuestras prácticas docentes diarias. Además, este enfoque es coherente con las directrices de la OCDE sobre destrezas socioemocionales, que destacan la importancia de la perseverancia y la curiosidad en el éxito académico. Y es que gracias a que permite integrar el sentido socioafectivo en la resolución de problemas, la olimpiada contribuye a formar ciudadanos capaces de enfrentarse a problemas imprevistos con autonomía e iniciativa.

La Olimpiada Matemática Thales ha trascendido su carácter de competición para convertirse en un patrimonio compartido por la comunidad educativa andaluza. A través de sus diversas fases, ha demostrado que es posible elevar el nivel de competencia matemática del alumnado sin sacrificar el componente humano y lúdico.

2.2. Características de las colecciones de problemas de las olimpiadas

Tal como se ha indicado en el anterior subapartado, las olimpiadas matemáticas constituyen una fuente fundamental de recursos para el aula de secundaria. Estos son algunos de los aspectos clave sobre estas colecciones de problemas (Rubio-Chueca, Muñoz-Escolano, Beltrán-Pellicer, 2021):

- Son un **banco de recursos** para enriquecer tareas, para que el profesorado elabore tareas con instrucciones de calidad instruccional, puesto que buscan desarrollar tanto el interés del alumnado como las habilidades de pensamiento de orden superior.
- Sirven como **apoyo a las altas capacidades**, al ser la resolución de problemas una de las cuatro acciones habituales de apoyo extraescolar para estudiantes con alta capacidad matemática. Es necesario destacar que estas

competiciones permiten a los estudiantes con talento obtener una imagen más realista de sus propias habilidades y sentirse acompañados por otros alumnos con intereses similares, mitigando la sensación de soledad que a veces experimentan en el aula ordinaria.

- Tienen un **nivel de demanda cognitiva elevado**, situándose frecuentemente en las categorías de "procedimientos con conexiones" o "hacer matemáticas", ya que los problemas de olimpiadas exigen un pensamiento complejo y no algorítmico, donde el camino de resolución no es evidente ni predecible.

Además, si nos centramos en los contenidos relacionados con la probabilidad, tendremos que algunos de los problemas de olimpiadas matemáticas que se proponen en cada edición destacan por:

- El **tratamiento de esta rama de las Matemáticas**, predominando el significado clásico de la probabilidad, centrado en la enumeración de casos y la aplicación de la regla de Laplace.
- El **uso de lenguajes y representaciones**, que fomentan el uso de diversos registros lingüísticos, siendo común el uso de expresiones específicas de juegos de azar (dados, monedas, barajas) y representaciones gráficas como el diagrama de árbol, que resulta un recurso intuitivo y fundamental tanto en probabilidad como en combinatoria.

3. Problema en estudio

El problema que se va a analizar en el artículo fue presentado en la fase provincial de la LX Edición (2025) Olimpiada Matemática Thales. Se trata del problema número dos, de los seis disponibles, cuyo enunciado es el siguiente:

“María y Carmen juegan en el siguiente tablero compuesto por una casilla de salida S y cuatro casillas de llegada F_1, F_2, F_3, F_4 . Para ello se lanza por turnos un dado de seis caras y se anota la puntuación de la primera tirada de cada jugador. En las siguientes, si sale PAR se mueve la ficha hacia arriba, si sale IMPAR, hacia abajo y siempre hacia la derecha. Cada movimiento hacia arriba multiplica por 2 y hacia abajo por 3.

Por ejemplo, si un jugador le sale un 5 en la casilla de salida y después de tres tiradas acaba en la casilla F_2 , obtendría la puntuación $5 \times 2 \times 2 \times 3 = 60$. Gana la partida el jugador que obtenga mayor puntuación.

Contesta de forma razonada a las siguientes preguntas:

- a) Si María termina en F_4 y su resultado final es 81, ¿qué número le salió en la casilla S?
- b) En esta misma partida, Carmen termina en F_3 y le gana el juego a María, ¿qué números podrían haberle salido en la casilla S?
- c) En una nueva partida, María termina en F_2 y Carmen en F_3 . Calcula la probabilidad que tiene cada una de ellas de ganar. ¿Pueden empatar?
- d) Si ampliamos el tablero para que haya 6 casillas de llegada con las mismas reglas de juego, justifica si se pueden obtener las siguientes puntuaciones: 540, 216, 240. En caso afirmativo, ¿en qué casilla termina?

e) En el mismo tablero anterior de 6 casillas de llegada hemos cambiado una de las reglas de juego. Sabemos que un jugador ha obtenido una puntuación igual a 200, ¿qué regla se ha cambiado?, ¿qué número le salió en la casilla S?”

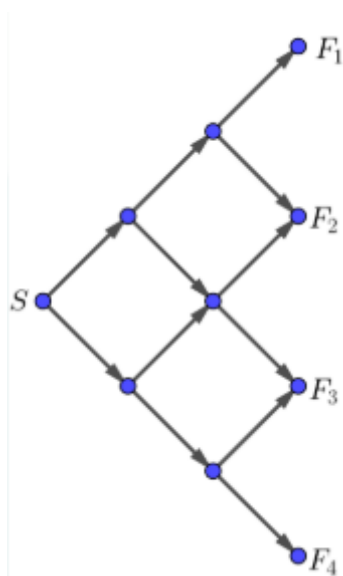


Figura 1. Imagen adjunta al problema en estudio.

3.1. Análisis del problema

El problema propuesto en la prueba de la olimpiada involucra a dos jugadoras, María y Carmen, en un árbol de decisiones binarias condicionado por el lanzamiento de un dado de seis caras. La puntuación se determina mediante el producto del resultado del primer lanzamiento y una secuencia de tres movimientos hacia la derecha, donde la dirección en vertical (arriba o abajo) dependerá de la paridad de los siguientes tres lanzamientos.

La mecánica del juego establece, por tanto, una estructura de camino aleatorio (*random walk*) en un grafo dirigido. Cada nodo del tablero representa un punto intermedio del camino, y cada movimiento está asociado a una multiplicación.

De esta forma, los elementos principales del juego propuesto son los siguientes:

- **Puntuación Inicial (x).** Es el resultado de la primera tirada del dado

$$x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$
- **Movimientos.** Tras la primera tirada del dado, se realizan tres lanzamientos adicionales. Si sale par, el movimiento es hacia arriba (multiplicamos por dos). Si sale impar, el movimiento es hacia abajo (multiplicamos por tres).
- **Destinos (F_1, F_2, F_3, F_4).** Son las casillas finales a las que podemos llegar tras los tres movimientos. Una vez llegados a ellos, hemos obtenido un resultado clave en la resolución del juego propuesto.

Por tanto, el modelo matemático subyacente es un camino aleatorio de tres pasos en la que la probabilidad de subir o bajar en cada nodo es $p = 0.5$, asumiendo un dado equilibrado donde hay tres números pares y tres impares.

Debemos observar que la peculiaridad de este problema reside en la combinación de una base aritmética multiplicativa con una estructura de red binominal, que nos recuerda el modelo del tablero de Galton o de la máquina de Pascal para el estudio de la distribución binomial. La diferencia crucial es que, mientras en el tablero de Galton los resultados se suman para formar el triángulo de Pascal, aquí los resultados se van multiplicando según las reglas indicadas, lo que genera una progresión geométrica diferenciada para cada casilla final.

Este problema es un ejemplo de cómo una situación lúdica puede encubrir una estructura matemática de interés, exigiendo que el estudiante no solo calcule, sino que analice el espacio muestral y la distribución de probabilidades asociada a los resultados finales.

3.2. Necesidades para la resolución del problema

Para que un alumno de 2º de ESO resuelva este problema con éxito, debe haber adquirido conocimientos de varios bloques del currículo de matemáticas. No se trata simplemente de aplicar una fórmula, sino de realizar un recuento sistemático y un análisis de casos. Por ello es útil revisar la teoría clásica de probabilidad. Los alumnos deben conocer conceptos básicos como los de experimento aleatorio, espacio muestral y cálculo de probabilidades elementales. En este problema, las tiradas sucesivas conforman un experimento compuesto, ya que se repite el lanzamiento de un dado, además de aplicarse las reglas de multiplicación de probabilidades y distribuciones simples.

Al realizar el experimento completo, la puntuación final es el resultado de un producto encadenado. Si definimos p como el número de movimientos hacia arriba (resultado par en el dado) e i como el número de movimientos hacia abajo (resultado impar en el dado), la puntuación final P se expresa como:

$$P = x \cdot 2^p \cdot 3^i$$

donde x es el resultado de la primera tirada del dado, y $p + i = 3$ es el número total de movimientos tras la tirada inicial. Este requisito exige que el estudiante domine la jerarquía de las operaciones y las propiedades de las potencias de base natural, conceptos fundamentales en el primer ciclo de la secundaria.

Ahora bien, el recuento de las formas posibles de llegar a cada casilla final es la parte combinatoria del problema. Dado que hay dos opciones en cada paso (arriba o abajo) y se realizan tres pasos, el número total de caminos posibles es

$$2^3 = 8 \text{ posibilidades.}$$

El uso de diagramas de árbol es la estrategia didáctica más recomendada para visualizar este espacio muestral. De hecho, en el mismo enunciado del problema se facilita dicho diagrama. Para saber el número de caminos que llevan a cada casilla final basta conocer los coeficientes binomiales de la fila 3 del triángulo de Pascal. No obstante, no es totalmente necesario el conocimiento del triángulo ni de los números combinatorios para el alumnado de 2º de ESO, puesto que no resulta complejo de calcular o detallar todo el espacio muestral.

Una forma de hacerlo sería, como podemos observar en la Tabla 1, expresando los multiplicadores que aparecen en función de la casilla final a la que se llegue:

Casilla final	Secuencia de Movimientos (P: Arriba, I: Abajo)	Número de caminos	Probabilidad teórica	Multiplicador total
F ₁	PPP	1	$1/8=0.125$	$2^3=8$
F ₂	PPI, PIP, IPP	3	$3/8=0.375$	$2^2 \cdot 3=12$
F ₃	PII, IPI, IIP	3	$3/8=0.375$	$2 \cdot 3^2=18$
F ₄	III	1	$1/8=0.125$	$3^3=27$

Tabla 1. Obtención del multiplicador

Para finalizar este apartado, debemos indicar que el cálculo de la probabilidad de obtener una puntuación determinada requiere la aplicación de la regla de Laplace (cociente entre casos favorables y casos posibles), que se ha debido trabajar, al menos, en el curso anterior. Además, el alumno debe comprender que, aunque el dado tiene seis caras, para el movimiento solo importa la paridad del resultado, pudiendo comparar la probabilidad de ganar y el valor esperado de la puntuación. Por ejemplo, aunque F₄ ofrece la puntuación más alta (ya que multiplica por 27 el resultado del primer lanzamiento), es tres veces menos probable que acabar en F₂ o F₃. Este tipo de reflexiones sobre el riesgo y la ganancia son esenciales para el desarrollo de las competencias matemáticas.

4. Uso de GeoGebra para la comprensión del problema

El uso de GeoGebra se presenta como una estrategia esencial para innovar la enseñanza de las matemáticas, permitiendo adaptarla a la realidad de los estudiantes actuales, considerados nativos digitales. El programa permite pasar de una enseñanza mecanizada y memorística a un modelo dinámico donde el alumno puede explorar conceptos de estadística y probabilidad de manera interactiva. Esta capacidad de manipulación directa es lo que permite que el aprendizaje sea significativo y no una mera repetición de algoritmos (Jiménez y Jiménez, 2017).

Además, tal como indican Ramírez y Batalha (2020), trabajar con GeoGebra permite transformar el aula en un laboratorio experimental donde los estudiantes pueden transitar de nociones intuitivas sobre el azar hacia la formalización de conceptos como casos favorables, casos totales y eventos aleatorios. La integración de este software de geometría dinámica en la enseñanza de la probabilidad responde a la necesidad de superar las limitaciones del material en físico. GeoGebra permite que los conceptos abstractos de probabilidad sean más accesibles a través de un enfoque visual e interactivo. Esta perspectiva busca que el estudiante no solo obtenga datos, sino que desarrolle una familiaridad conceptual con los experimentos aleatorios a través de la experimentación digital. De esta forma, la herramienta actúa como un puente entre la intuición del alumno y la rigurosidad de los modelos estadísticos (Holguín y Silva, 2019). A través de tareas exploratorias, el software facilita que el alumno asuma un papel activo en la

construcción de su conocimiento, utilizando la simulación para identificar patrones en fenómenos que, de otro modo, serían puramente teóricos o abstractos.

En el caso del problema en estudio, es una realidad que lanzar un dado físicamente cien veces puede ser tedioso, mientras GeoGebra nos va a permitir realizar esos lanzamientos en segundos, proporcionando datos significativos para el análisis estadístico.

Cabe destacar que su uso debería ser en una etapa posterior al uso del material manipulativo: primero los alumnos experimentan físicamente con dados o monedas, y luego utilizarán la simulación digital para obtener conclusiones más sólidas mediante un gran número de repeticiones.

4.1. Construcción del applet

La realización de un programa con GeoGebra para simular este juego requiere de unos conocimientos básicos del software. Además de los elementos visuales, es necesario utilizar código para poder simular el experimento de manera realista.

Desde el perfil de Matematicaula se construye el siguiente applet (Figura 2) accesible desde el siguiente enlace:

<https://www.geogebra.org/m/e8fjenx7>

Problema 2 de la fase provincial de la LX Edición Olimpiada Matemática Thales

Autor: Matematicaula

Tema: Combinatoria, Probabilidad

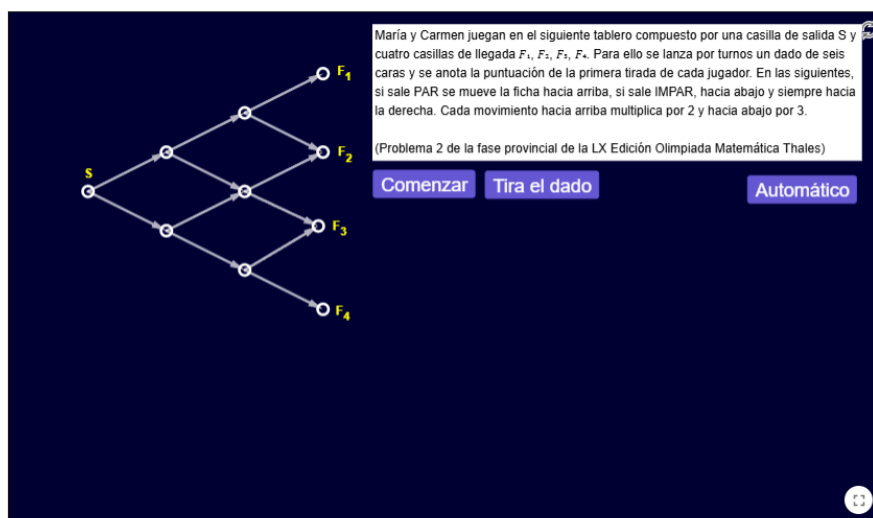


Figura 2. Applet de GeoGebra.

En él nos encontramos el enunciado del problema a la derecha, el diagrama en árbol que permite visualizar las posibilidades a la izquierda, y tres botones que permiten manejar el applet.

- El botón **Comenzar** reinicia el experimento para empezar desde cero una nueva ronda del juego.
- El botón **Tira el dado** permite generar cuatro números aleatorios, gracias al comando *AleatorioEntre(1, 6)*, debiendo clicar en él para cada uno de los

cuatro lanzamientos. Cuando aparece el cuarto valor del dado, podremos ver el resultado final de esa ronda, tal como aparece en la Figura 3.

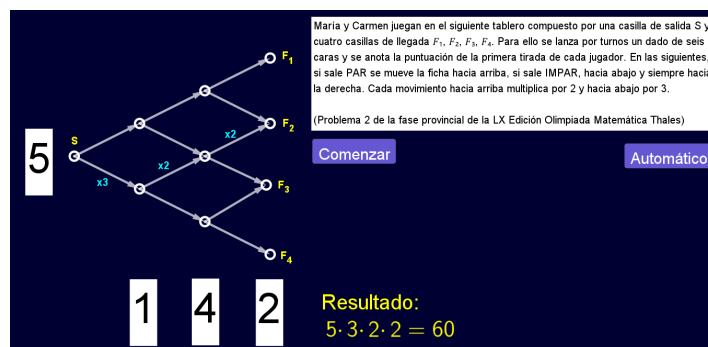


Figura 3. Ejemplo de ronda en el juego.

Se observa que, además de los valores aleatorios del dado y el resultado correspondiente a esa ronda, quedará marcado el camino que lleva desde la casilla de salida S hasta una de las casillas de llegada. En el caso de la Figura 3 ha sido hasta la casilla F_2 .

- El botón **Automático** inicia una tanda de rondas de juego, que se van sucediendo poco a poco, de manera que quedan registrados en la zona inferior del applet todos los resultados que se han ido obteniendo, tal como se aprecia en la Figura 4. Este procedimiento se puede parar en cualquier momento, pulsando el botón **Parar** que aparece.

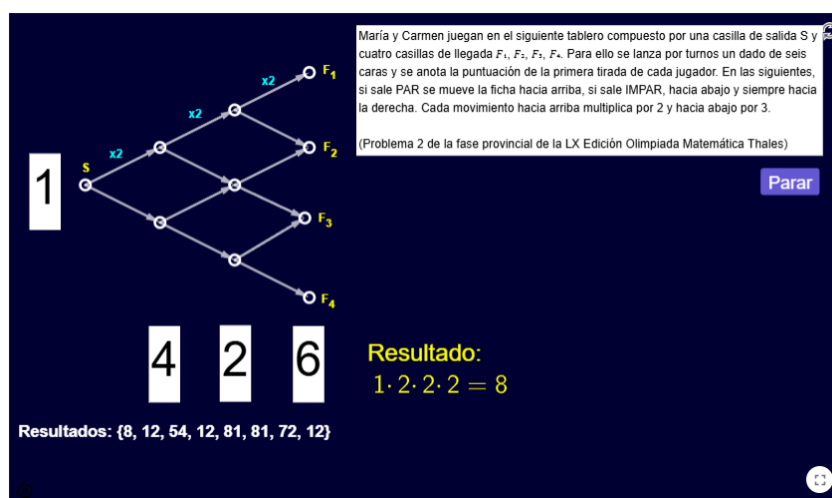


Figura 4. Ejemplo de ronda automática.

4.2. Uso del applet para responder a las preguntas del problema

Para finalizar la sección, se procede a detallar cómo se puede hacer uso del applet para responder a las diferentes preguntas del problema de la Olimpiada.

a) Si María termina en F_4 y su resultado final es 81, ¿qué número le salió en la casilla S?

El alumno tendrá que fijar la casilla de destino en F_4 . Gracias al applet, bien clicando en *Tira el dado* o en modo *Automático*, deberá concluir que el único multiplicador para llegar al valor 81 es $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ (tres movimientos hacia abajo o tres

resultados impares). Planteando la ecuación $S \cdot 27 = 81$, deducirá que S debe ser 3. Es posible conseguir este resultado con el propio applet, tal como se ve en la Figura 5, aunque lo ideal es que el alumno llegue a la conclusión correcta tras varios intentos, pero sin necesidad de que aparezca exactamente la combinación de dados que dé 81 como resultado.

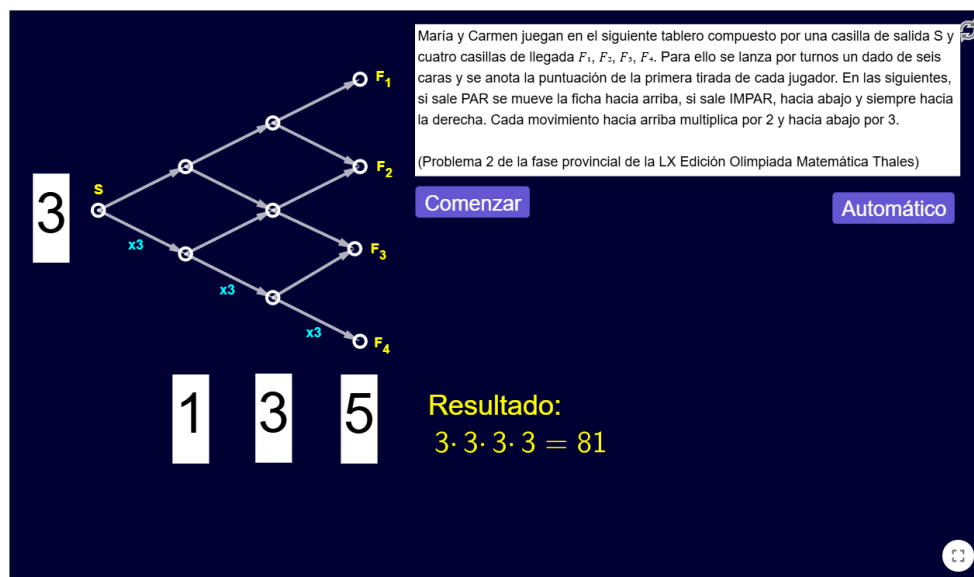


Figura 5. Obtención del resultado requerido.

b) En esta misma partida, Carmen termina en F_3 y le gana el juego a María, ¿qué números podrían haberle salido en la casilla S ?

El alumno debe observar que para llegar a F_3 el multiplicador es $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ (un par y dos impares). Buscará entonces que $S \cdot 18$ sea mayor que 81. Dividiendo 81 entre 18 obtendrá 4.5. Por tanto, los resultados posibles en el dado para que Carmen gane solo podrá ser que haya sacado un 5 o un 6. De nuevo, el applet puede servirles para encontrar la solución a base de repetir el experimento (Figura 6).

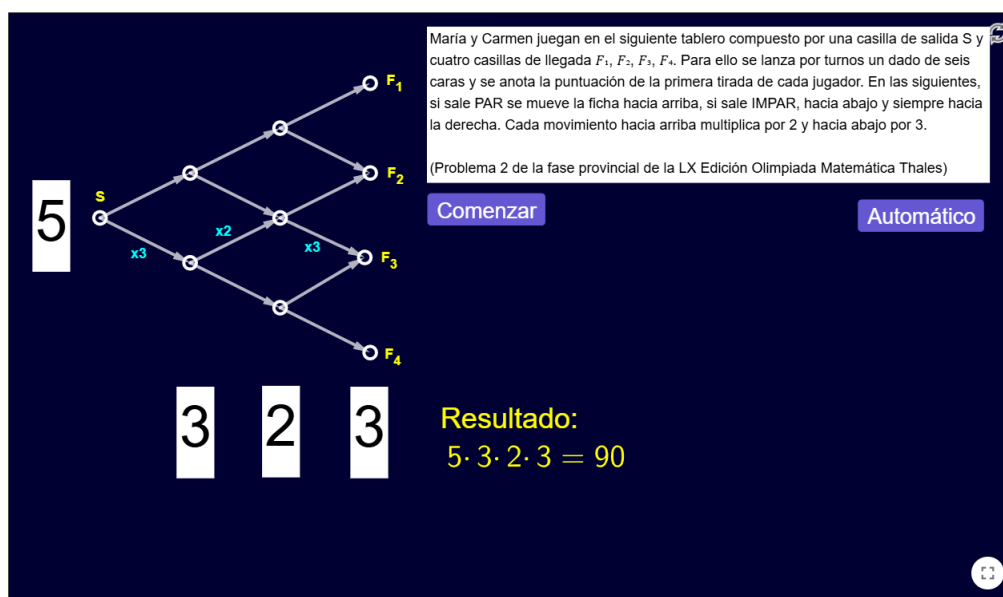


Figura 6. Obtención de uno de los resultados requeridos.

c) En una nueva partida, María termina en F_2 y Carmen en F_3 . Calcula la probabilidad que tiene cada una de ellas de ganar. ¿Pueden empatar?

El multiplicador para llegar a F_2 es 12 y para hacerlo a F_3 es 18. Si enseñamos al alumno a realizar una tabla de doble entrada, como la que aparece en la Tabla 2, podrá visualizar los casos en los que María gana a Carmen, deduciendo que la ecuación a resolver es

$$12 \cdot S_M = 18 \cdot S_C$$

Donde S_M y S_C son las puntuaciones iniciales de María y Carmen. En esa tabla de doble entrada se verá que hay 10 casos en los que gana María, 24 casos en los que gana Carmen, y dos casos en los que hay empate.

María/Carmen	1	2	3	4	5	6
1	12/18	12/36	12/54	12/72	12/90	12/108
2	24/18	24/36	24/54	24/72	24/90	24/108
3	36/18	36/36	36/54	36/72	36/90	36/108
4	48/18	48/36	48/54	48/72	48/90	48/108
5	60/18	60/36	60/54	60/72	60/90	60/108
6	72/18	72/36	72/54	72/72	72/90	72/108

Tabla 2. Tabla de doble entrada.

d) Si ampliamos el tablero para que haya 6 casillas de llegada con las mismas reglas de juego, justifica si se pueden obtener las siguientes puntuaciones: 540, 216, 240. En caso afirmativo, ¿en qué casilla termina?

Esta pregunta requiere abandonar el applet, una vez que ha permitido comprender su base teórica, y comenzar a aplicar conocimientos de divisibilidad y factorización de números.

En este caso, al ampliar a 5 movimientos, los multiplicadores serán $2^p \cdot 3^i$ con $p+i=5$. Las posibilidades para los tres números que preguntan serán las siguientes:

- $540 = 5 \cdot 108 = 5 \cdot 2^2 \cdot 3^3$, por lo que es posible con $S = 5$, terminando en F_4 , es decir, obteniendo luego 2 pares y 3 impares.
- $216 = 2 \cdot 108 = 2 \cdot 2^2 \cdot 3^3$, pero también $216 = 3 \cdot 72 = 2^3 \cdot 3^2$. Por tanto, se puede terminar en F_4 , sacando un $S = 2$ y dos pares y tres impares, o en F_3 , con $S = 3$ y tres pares y dos impares.
- $240 = 5 \cdot 48 = 5 \cdot 2^4 \cdot 3^1$, es decir, si se obtiene $S = 5$, terminando en F_2 , y sacando luego cuatro pares y un impar.

e) En el mismo tablero anterior de 6 casillas de llegada hemos cambiado una de las reglas de juego. Sabemos que un jugador ha obtenido una puntuación igual a 200, ¿qué regla se ha cambiado?, ¿qué número le salió en la casilla S ?

En la última pregunta, basta factorizar $200 = 2^3 \cdot 5^2$, y observar que ha desaparecido el factor 3. La única posibilidad sería que se ha modificado el multiplicador de los números impares, y en lugar de multiplicar por 3 se hace por 5.

5. Conclusión

A lo largo del artículo se ha detallado la necesidad del trabajo con problemas de olimpiadas matemáticas en nuestra aula de matemáticas. El docente no debe limitarse a facilitar la solución, sino a guiar el proceso de descubrimiento. Debemos saber que en el contexto de la Olimpiada Matemática Thales se valora especialmente la capacidad de los participantes para explicar su razonamiento de manera escrita.

Por otra parte, en el artículo se ha expuesto la importancia del uso de GeoGebra para la comprensión efectiva de los experimentos aleatorios. La creación de la simulación de un juego de azar fomenta el pensamiento computacional. Esta habilidad es cada vez más valorada en el currículo de matemáticas y en el perfil de salida del estudiante de secundaria. El uso de GeoGebra permite al alumnado visualizar muchos resultados del experimento con facilidad, responder a las preguntas del problema con ejemplos reales, e incluso plantear nuevas preguntas como pueden ser el cómo cambiarían las probabilidades si en lugar de un dado usáramos una moneda o poder inventar los resultados obtenidos en los cuatro lanzamientos si conocemos el resultado final de la ronda.

Por tanto, es fundamental destacar que el problema tiene un gancho lúdico evidente. Se juega con la disparidad entre la facilidad de entender las reglas y la complejidad de predecir el ganador. Esta característica es la que define a los mejores problemas olímpicos, que plantean una situación sencilla, pero poseen un nivel alto de profundización matemática. La combinación de aritmética de potencias con probabilidad binomial en un entorno de geometría dinámica posiciona a esta actividad como un buen ejemplo de dinámica de clase en la Educación Secundaria.

Referencias bibliográficas

Castro, E., Camacho, M; Blanco, L.J. (2008). Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, & L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII*. Badajoz: SEIEM, 113-140.

Holguín, O., Silva, D.R. (2019). Uso de geogebra y probabilidades: herramientas de interfaz pedagógica en la enseñanza de la estadística. *Brazilian Journal of Development*, 5(7), 10159-10178.
<https://doi.org/10.34117/bjdv5n7-176>

Iglesias, L.M. (2020a). 35 problemas interactivos de la Olimpiada Matemática Thales de Secundaria resueltos con Geogebra. Blog: MatemÁTICas: 1,1,2,3,5,8,13
<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2020/11/20/35-problemas-interactivos-de-la-olimpiada-matematica-thales-de-secundaria-resueltos-con-geogebra/>

Iglesias, L.M (2020b). Olimpiadas Matemáticas Thales 2ºESO. Blog: Matemáticas: 1,1,2,3,5,8,13

<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/ingenio-y-talento-matematico/olimpiadas-matematicas-thales/>

Jiménez García, J. G., Jiménez Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7).

<https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>

Ramírez Montes, G., Batalha, A. C. (2020). Aprendizaje de la aleatoriedad y conceptos asociados: un estudio en secundaria con apoyo de Geogebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 20(1), 1-13.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=607973099004>

Rubio-Chueca J.M., Muñoz-Escolano J.M., Beltrán-Pellicer P. (2021). La probabilidad en los problemas de olimpiadas matemáticas de secundaria en España. *Revista Contextos Educativos*, 28 (2021), 29-5.

<http://doi.org/10.18172/con.4970>

Autor: Óscar Jesús Falcón Ganfornina. Nacido en Sevilla el 20 de Diciembre de 1986. Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Sevilla y Doctorado en la misma universidad. Profesor de Educación Secundaria en el IES Miguel Servet en el curso 2025-26. Autor de la web Matematicaula.